

1. (1.0) Identifique o erro na prova do teorema abaixo.

Teorema: A soma de quaisquer dois inteiros pares é igual a $4k$ para algum inteiro k .

Prova Suponha que m e n são dois inteiros pares quaisquer. Pela definição de par, para algum inteiro k , $m = 2k$ e $n = 2k$. Substituindo, $m + n = 2k + 2k = 4k$, para algum inteiro k , o que devia ser provado.

2. (1.0) Sua missão é preencher as lacunas e os espaços em branco, não omitindo nenhum detalhe.

Teorema: Seja n um inteiro. Prove que se n^2 é divisível por 3, então n é divisível por 3.

Prova A prova segue pela (insira o nome da técnica de prova aqui). Suponha que n não é divisível por 3. A prova segue (insira o nome da técnica de prova aqui). Vamos considerar os dois casos separadamente:

- Caso 1 (Insira os passos que estão faltando aqui)
- Caso 2 (Insira os passos que estão faltando aqui)

Nos dois casos considerados, n^2 não é divisível por 3. Podemos concluir que se n^2 é divisível por 3 então n é divisível por 3.

3. (2.0) Prove que os seguintes proposições são equivalentes:

- (1) $n - 5$ é ímpar.
- (2) $3n + 2$ é par.
- (3) $n^2 - 1$ é ímpar.

Dica: Prove as seguintes implicações:

- (a) (1) \rightarrow (2)
- (b) (2) \rightarrow (1)
- (c) (1) \rightarrow (3)
- (d) (3) \rightarrow (1)

4. (2.0) Considere os dois teoremas sobre os números reais x e y

Teorema 1 : Se o produto xy , não é racional, então x ou y devem ser irracionais.

Teorema 2: Se x é racional e y é irracional então $x + y$ é irracional.

- (a) (1.0) Prove o Teorema 1.
- (b) (1.0) Prove o Teorema 2.

5. (2.0) Dado $a, b, c \in \mathbb{Z}$:

- (a) (1.0) Mostre que se $a|b$ e $a|(b + c)$ então $a|c$.
- (b) (1.0) Mostre que se $a^3|b$ e $b^3|c$ então $a^9|c$.

6. (1.0) Seja $n \in \mathbb{Z}$. Mostre que se $n \equiv 4 \pmod{6}$ então $n^2 \equiv 1 \pmod{3}$

7. (1.0) Prove se a seguinte proposição é verdadeira, ou dê um contra-exemplo que mostre que ela é falsa.

Seja $a, b \in \mathbb{Z}$ e m um inteiro positivo. Se $a^n \equiv b^n \pmod{m}$ então $a \equiv b \pmod{m}$

8. (1.0) Descubra o seu filme predileto:

Siga as instruções:

- Escolha um número de 1 a 9;
- Multiplique por 3;
- Some 3;
- Multiplique outra vez por 3;
- Some os dois algarismos;

Opções:

- (1) Um sonho de liberdade
- (2) Poderoso Chefão
- (3) Poderoso Chefão II
- (4) Batman: O cavaleiro das Trevas
- (5) 12 Homens e uma sentença
- (6) A lista de Schindler
- (7) Pulp Fiction
- (8) O Senhor dos Anéis: O Retorno do Rei
- (9) Shaolin do Sertão
- (10) Três Homens em Conflito
- (11) Clube da Luta
- (12) O Senhor dos Anéis: A Sociedade do Anel
- (13) O Império Contra-Ataca
- (14) Forrest Gump
- (15) A origem
- (16) O Senhor do Anéis: As duas Torres
- (17) Os Bons Companheiros

Mostre que, independente da escolha inicial, todas as pessoas terão o mesmo filme predileto.