

1. (1.0) Se nós estamos provando uma implicação $p \rightarrow q$, nós assumimos

- (a) p para uma prova direta
- (b) ----- para uma prova pela contrapositiva
- (c) ----- para uma prova por contradição.

Depois da suposição inicial, nós provamos $p \rightarrow q$ mostrando que

- (a) q segue das hipóteses pela prova direta.
- (b) ----- segue das hipóteses pela prova pela contrapositiva.
- (c) ----- segue das hipóteses pela prova por contradição.

Se nós estamos provando uma implicação $p \rightarrow q$, nós assumimos

2. (1.0) Sua missão é preencher as lacunas e os espaços em branco, não omitindo nenhum detalhe.

Teorema: Se $a \not\equiv b \pmod{6}$ então $a \not\equiv b \pmod{2}$ ou $a \not\equiv b \pmod{3}$

Prova A prova segue pela (insira o nome da técnica aqui). Suponha que $a \equiv b \pmod{2}$ e $a \equiv b \pmod{3}$. Como $a \equiv b \pmod{2}$, temos que $2|a - b$, então existe um inteiro k tal que $a - b = 2k$. Logo, $a - b$ é par. Como $a \equiv b \pmod{3}$, (insira alguns passos aqui). Portanto, $a - b = 3l$. Como $3l$ é par e 3 é ímpar, concluímos que (insira algum passo aqui). Logo,

$$a - b = 3l = 3(\text{----}) = 6k \tag{1}$$

Temos que $6|a - b$, então (insira aqui a conclusão final).

3. (2.0) Prove que os seguintes proposições são equivalentes:

- (1) $n - 4$ é par.
- (2) $3n + 3$ é ímpar.
- (3) $n^2 + 1$ é ímpar.

Dica: Prove os seguintes implicações:

- (a) (1) \rightarrow (2)
- (b) (2) \rightarrow (1)
- (c) (1) \rightarrow (3)
- (d) (3) \rightarrow (1)

4. (2.0) Considere as dois teoremas sobre os números reais x e y

Teorema 1 : Se a soma , $x + y$, não é racional, então x ou y devem ser irracionais.

Teorema 2: Se x é racional e y é irracional então $x - y$ é irracional.

- (a) (1.0) Prove o Teorema 1.
- (b) (1.0) Prove o Teorema 2.

5. (2.0) Dado $a, b, c \in \mathbb{Z}$:

- (a) (1.0) Mostre que se $a|b$ e $a|(b - c)$ então $a|c$.
- (b) (1.0) Mostre que se $a^2|b$ e $b^3|c$ então $a^6|c$.

6. (1.0) Seja $n \in \mathbb{Z}$. Mostre que se $n \equiv 5 \pmod{6}$ então $n^2 \equiv 1 \pmod{3}$

7. Prove se a seguinte proposição é verdadeira, ou dê um contra-exemplo que mostre que ela é falsa.

Se m e n são inteiros positivos e mn é um quadrado perfeito então m e n são quadrados perfeitos.

8. (1.0) Descubra o seu filme predileto:

Siga as instruções:

- Escolha um número de 1 a 9;
- Multiplique por 3;
- Some 3;
- Multiplique outra vez por 3;
- Some os dois algarismos;

Opções:

- (1) Um sonho de liberdade
- (2) Poderoso Chefão
- (3) Poderoso Chefão II
- (4) Batman: O cavaleiro das Trevas
- (5) 12 Homens e uma sentença
- (6) A lista de Schindler
- (7) Pulp Fiction
- (8) O Senhor dos Anéis: O Retorno do Rei
- (9) Shaolin do Sertão
- (10) Três Homens em Conflito
- (11) Clube da Luta
- (12) O Senhor dos Anéis: A Sociedade do Anel
- (13) O Império Contra-Ataca
- (14) Forrest Gump
- (15) A origem
- (16) O Senhor do Anéis: As duas Torres
- (17) Os Bons Companheiros

Mostre que, independente da escolha inicial, todas as pessoas terão o mesmo filme predileto.