

1. (1.0) Se nós estamos provando uma implicação  $p \rightarrow q$ , nós assumimos

- (a)  $p$  para uma prova direta
- (b) ----- para uma prova pela contrapositiva
- (c) ----- para uma prova por contradição.

Depois da suposição inicial, nós provamos  $p \rightarrow q$  mostrando que

- (a)  $q$  segue das hipóteses pela prova direta.
- (b) ----- segue das hipóteses pela prova pela contrapositiva.
- (c) ----- segue das hipóteses pela prova por contradição.

Se nós estamos provando uma implicação  $p \rightarrow q$ , nós assumimos

2. (1.0) Sua missão é preencher as lacunas e os espaços em branco, não omitindo nenhum detalhe.

**Teorema:** Se  $a \not\equiv b \pmod{6}$  então  $a \not\equiv b \pmod{2}$  ou  $a \not\equiv b \pmod{3}$

**Prova** A prova segue pela (insira o nome da técnica aqui). Suponha que  $a \equiv b \pmod{2}$  e  $a \equiv b \pmod{3}$ . Como  $a \equiv b \pmod{2}$ , temos que  $2|a - b$ , então existe um inteiro  $k$  tal que  $a - b = 2k$ . Logo,  $a - b$  é par. Como  $a \equiv b \pmod{3}$ , (insira alguns passos aqui). Portanto,  $a - b = 3l$ . Como  $3l$  é par e 3 é ímpar, concluímos que (insira algum passo aqui). Logo,

$$a - b = 3l = 3(\text{----}) = 6k \tag{1}$$

Temos que  $6|a - b$ , então (insira aqui a conclusão final).

3. (2.0) Prove que os seguintes proposições são equivalentes:

- (1)  $n - 4$  é par.
- (2)  $3n + 3$  é ímpar.
- (3)  $n^2 + 1$  é ímpar.

Dica: Prove os seguintes implicações:

- (a) (1)  $\rightarrow$  (2)
- (b) (2)  $\rightarrow$  (1)
- (c) (1)  $\rightarrow$  (3)
- (d) (3)  $\rightarrow$  (1)

4. (2.0) Considere as dois teoremas sobre os números reais  $x$  e  $y$

**Teorema 1 :** Se a soma ,  $x + y$ , não é racional, então  $x$  ou  $y$  devem ser irracionais.

**Teorema 2:** Se  $x$  é racional e  $y$  é irracional então  $x - y$  é irracional.

- (a) (1.0) Prove o Teorema 1.
- (b) (1.0) Prove o Teorema 2.

5. (2.0) Dado  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ :

- (a) (1.0) Mostre que se  $a|b$  e  $a|(b - c)$  então  $a|c$ .
- (b) (1.0) Mostre que se  $a^2|b$  e  $b^3|c$  então  $a^6|c$ .

6. (1.0) Seja  $n \in \mathbb{Z}$ . Mostre que se  $n \equiv 5 \pmod{6}$  então  $n^2 \equiv 1 \pmod{3}$

7. Prove se a seguinte proposição é verdadeira, ou dê um contra-exemplo que mostre que ela é falsa.

Se  $m$  e  $n$  são inteiros positivos e  $mn$  é um quadrado perfeito então  $m$  e  $n$  são quadrados perfeitos.

8. (1.0) Descubra o seu filme predileto:

Siga as instruções:

- Escolha um número de 1 a 9;
- Multiplique por 3;
- Some 3;
- Multiplique outra vez por 3;
- Some os dois algarismos;

Opções:

- (1) Um sonho de liberdade
- (2) Poderoso Chefão
- (3) Poderoso Chefão II
- (4) Batman: O cavaleiro das Trevas
- (5) 12 Homens e uma sentença
- (6) A lista de Schindler
- (7) Pulp Fiction
- (8) O Senhor dos Anéis: O Retorno do Rei
- (9) Shaolin do Sertão
- (10) Três Homens em Conflito
- (11) Clube da Luta
- (12) O Senhor dos Anéis: A Sociedade do Anel
- (13) O Império Contra-Ataca
- (14) Forrest Gump
- (15) A origem
- (16) O Senhor do Anéis: As duas Torres
- (17) Os Bons Companheiros

Mostre que, independente da escolha inicial, todas as pessoas terão o mesmo filme predileto.