Matemática Discreta
Lista de Exercícios 04

Números primos e MDC

1. Encontre a fatoração em números inteiros primos de cada um destes números inteiros.
   (a) 39
   (b) 81
   (c) 101
   (d) 143
   (e) 289
   (f) 899
2. Quantos zeros há no final de 100!?
3. Determine se os números inteiros em cada um dos conjuntos abaixo são pares relativamente primos.
   (a) 21, 34, 55
   (b) 14, 17, 85
   (c) 25, 41, 49, 64
   (d) 17, 18, 19, 23
4. Expresse em pseudocódigo o algoritmo de fatoração em primos de um inteiro.
5. Um número inteiro positivo de **perfeito** se ele for igual à soma de seus divisores positivos diferentes dele mesmo. Expresse em pseudocódigo o algoritmo para determinar se um número n é perfeito usando a fatoração em primos de n.
6. Quais são os máximos divisores comuns de cada par de números inteiros abaixo?
   (a) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$, $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$
   (b) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, $2^{11} \cdot 3^9 \cdot 11 \cdot 17^{14}$
   (c) 17, 17^{17}
   (d) $2^2 \cdot 7$, $5^3 \cdot 13$
   (e) 0, 5
   (f) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
7. Qual é o mínimo múltiplo como de cada par do exercício anterior?
8. Expresse em pseudocódigo um algoritmo que recebe´dois inteiros a e b e devolve $mmc(a, b)$ e $mdc(a, b)$ calculando a fatoração de a e b.
9. Encontre $mdc(1000, 625)$ e $mmc(1000, 625)$ e verifique se $mdc(1000, 625) \cdot mmc(1000, 625) = 1000 \cdot 625$.
10. Se o produto de dois números inteiros é $2^7 3^8 5^2 7^{11}$ e seu máximo divisor comum é $2^3 3^4 5$, qual é o mínimo múltiplo comum entre eles?
11. Expresse em pseudocódigo o algoritmo de Euclides.
12. Use o algoritmo de Euclides para encontrar
    (a) mdc(18,12)
    (b) mdc(1001,1331)
    (c) mdc(34,55)
    (d) mdc(0,18)
13. Quantas divisões são necessárias para encontrar mdc(21,34) usando o algoritmo de Euclides?
14. Expresse em pseudocódigo o algoritmo de Euclides estendido.
15. Use o algoritmo de Euclides estendido para expressar o mdc(26,91) como combinação linear de 26 e 91.
16. Use o algoritmo de Euclides estendido para expressar o mdc(252,356) como combinação linear de 252 e 356.
17. Encontre o inverso multiplicativo de a módulo m para cada par de primos entre si usando o algoritmo de Euclides estendido:
    (a) a = 2, m = 17
    (b) a = 34, m = 89
    (c) a = 144, m = 233
    (d) a = 200, m = 1001
18. Resolva as seguintes congruências usando o inverso encontrado no exercício anterior:
    (a) $2x \equiv 7\ (mod\ 17)$
    (b) $34x \equiv 77\ (mod\ 89)$
    (c) $144x \equiv 4\ (mod\ 233)$
    (d) $200x \equiv 13\ (mod 1001)$
19. Use a construção da prova do teorema chinês do resto para encontrar todas as soluções do sistema de congruências: $x \equiv 2 \pmod 3$, $x \equiv 1 \pmod 4$ e $x \equiv 3 \pmod 5$.
20. Resolva o sistema de congruência linear $x \equiv 3 \pmod 6$ e $x \equiv 4 \pmod 7$ usando o método da substituição.