Universidade Federal do Ceará
Departamento de Computação

Algoritmos Aproximativos
Lista de exercícios 2

1. Considere o seguinte Problema **MinBiTransversal**: dada uma família $\mathcal{S}$ de subconjuntos de um conjunto universo U, e dois custos $c_{in}(u)$ e $c_{out}(u)$ não-negativos para cada elemento $u \in U$, obter um transversal (subconjunto $T \subseteq U$ que intersecta cada conjunto de $\mathcal{S}$) de custo mínimo: ou seja, minimizar a soma dos custos "in" dos vértices em T mais a soma dos custos "out" dos vértices fora de T. Esse problema generaliza o Problema Transversal (Hitting Set): basta colocar custo "out" zero para cada elemento de U. Obtenha um algoritmo s-aproximativo para este problema, onde s é o tamanho do maior conjunto em $\mathcal{S}$. **Dica:** Hitting Set.

2. Considere o seguinte Problema **MaxBiWeightedCut**: dado um grafo G e dois pesos w^+_{ij} (interno) e w^-_{ij} (externo) não-negativos para cada aresta ij de G, obter um corte de peso máximo: ou seja, uma partição (A, B) de $V(G)$ que maximize $w^+(E_{AA} \cup E_{BB}) + w^-(E_{AB})$, onde E_{XY} é o conjunto das arestas com uma extremidade em X e outra em Y. Esse problema generaliza o Problema MaxCut: basta colocar peso interno zero para cada aresta. Obtenha um algoritmo 0.5-aproximativo determinístico para este problema. **Dica:** MaxCut-Erdős-Desaleatorizado.

3. Sobre o Problema **MaxBiWeightedCut** da questão anterior, obtenha um algoritmo 0.878-aproximativo probabilístico. **Dica:** MaxCut e Max-2SAT

4. Escreva e explique em detalhes o algoritmo 0.7555-aproximativo probabilístico de Goemans e Williamson (1995) para o Problema MaxSAT, mencionado em aula.

5. Prove que SET-COVER $\leq_{AP}$ DOMINANTE e que DOMINANTE $\leq_{AP}$ SET-COVER. Obs: $\leq_{AP}$ é a *approximation preserving reduction.*

6. Prove formalmente que, se $A \leq_{AP} B$ e $B \in PTAS$, então $A \in PTAS$.

7. Prove que, se $A \leq_{AP} B$ e $B \leq_{AP} C$, então $A \leq_{AP} C$.

8. Prove que o P_3-hull number de um grafo é APX-Difícil. O P_3-hull number de um grafo é o menor número de vértices inicialmente infectados capazes de infectar o grafo inteiro de acordo com a infecção P_3 (um vértice sadio é infectado por pelo menos dois vizinhos doentes).

9. Prove que o P_3-interval number de um grafo é $O(\log n)$-inaproximável se $P \neq NP$. O P_3-interval number de um grafo é o menor número de vértices inicialmente infectados capazes de infectar o grafo inteiro **em um único passo de tempo** de acordo com a infecção P_3 (um vértice sadio é infectado no tempo k se tem pelo menos dois vizinhos doentes infectados em tempos menores que k).

10. Considere o seguinte problema *Independente-estranho-máximo*: dado um grafo G' obtido de um grafo G com n vértices, adicionado de n vértices isolados (ou seja, G' tem $2n$ vértices), obtenha um conjunto independente máximo. Prove que *Independente-estranho-máximo* $\leq_{AP}$ *Cobertura-mínima-de-vértices*. **Dica:** Obtenha uma Redução L e prove que *Independente-estranho-máximo* está em APX.

11. Entre as apresentações dos alunos de Algoritmos Aproximativos, escolha uma diferente da sua, explique o problema estudado e apresente o algoritmo aproximativo obtido.