

Algoritmos Aproximativos  
Lista de exercícios 3

1. Prove que, se um problema de decisão tem um PCP-verificador (um verificador probabilístico polinomial de acordo com o Teorema PCP) usando  $r$  bits aleatórios e  $q$  consultas *adaptativas*, então esse problema também possui um PCP-verificador usando  $r$  bits aleatórios e  $2^q$  consultas não-adaptativas. **Observação:** Relembre que o Teorema PCP prova a existência de um verificador não-adaptativo. Essa questão pede para provar que a existência de um verificador adaptativo implica também a existência de um verificador não-adaptativo (porém fazendo mais consultas).

2. Prove as seguintes relações entre as classes  $\mathcal{P}$  e  $\mathcal{NP}$  e as classes  $PCP_{c,s}[r(n), q(n)]$ :

- (a)  $\mathcal{P} = PCP_{1,0}[0, 0] = PCP[0, 0]$
- (b)  $\mathcal{P} = PCP[\log n, 0]$
- (c)  $\mathcal{P} = PCP[0, \log n]$
- (d)  $\mathcal{NP} = PCP_{1,0}[0, poly(n)] = PCP[\log n, poly(n)]$

3. Prove as seguintes relações entre as classes de problemas de decisão quanto à existência de algoritmos probabilísticos polinomial e as classes  $PCP_{c,s}[r(n), q(n)]$ :

- (a)  $\mathbf{ZPP} = \mathbf{PCP}_{1,0}[\mathbf{poly}(n), \mathbf{0}]$
- (b)  $\mathbf{RP} = \mathbf{PCP}_{1/2, 0}[\mathbf{poly}(n), \mathbf{0}]$
- (c)  $\mathbf{co-RP} = \mathbf{PCP}_{1, 1/2}[\mathbf{poly}(n), \mathbf{0}]$
- (d)  $\mathbf{BPP} = \mathbf{PCP}_{2/3, 1/3}[\mathbf{poly}(n), \mathbf{0}]$

**Observação:** Relembre as definições: classes de problemas de decisão quanto à existência de algoritmos probabilísticos polinomiais (que podem errar com baixa probabilidade). ZPP (zero erro), RP (pode errar o SIM), co-RP (pode errar o NÃO), BPP (pode errar o SIM e o NÃO).

4. Explique em detalhes a versão forte do Teorema PCP de Hastad (2001).

5. Mostre que o problema MaxE3Lin-2 tem um algoritmo 2-aproximativo polinomial e que o problema Max-E3SAT tem um algoritmo  $(7/8)$ -aproximativo. **Observação:** MaxE3Lin-2: obter o máximo de equações satisfeitas formadas por 3 variáveis binárias e operações  $\oplus$  (ou exclusivo). Max-E3SAT: Max-3SAT onde cada cláusula tem exatamente 3 literais distintos.

6. Explique a prova de inaproximabilidade do problema MaxE3Lin-2 usando Teorema PCP.

7. Explique a prova de inaproximabilidade do problema Max-3SAT usando Teorema PCP.

8. Explique a prova de inaproximabilidade do problema Max-3SAT usando a inaproximabilidade do problema MaxE3Lin-2.

9. Explique a prova de inaproximabilidade do problema VertexCover usando a inaproximabilidade do problema MaxE3Lin-2.